CHAPITRE III

MÉTAPHYSIQUE ET CALCUL DIFFÉRENTIEL « CLASSIQUE »

A – L'origine du calcul différentiel

Quelles qu'aient été les raisons qui animaient Marx au départ, il n'est pas étonnant qu'il se soit toujours tenu au calcul différentiel ou infinitésimal. C'est que celui–ci occupe une place très importante dans l'histoire du développement des mathématiques. On peut dire que depuis la mathématique grecque des questions comme celles de l'infini opposé au fini ou bien du continu opposé au discret sont apparues au centre de toutes les crises de mathématiques. (Les Anglais d'ailleurs, ne marquent–ils pas cette place capitale en désignant par « calculus » (sans épithète) le calcul différentiel en intégral) ? Mais il ne s'agit pas uniquement – ou même peut–être principalement – d'une question confinée aux mathématiques au sens technique du terme et à l'égard de ce thème de l'infini, il est particulièrement justifié de relever la mise en garde d'A. Koyré formulée précisément pour présenter B. Cavalièri et la géométrie des continus : « il est impossible de séparer la pensée philosophique de la pensée scientifique: elles s'influencent et se conditionnent mutuellement, les isoler, c'est se condamner à ne rien comprendre à la réalité historique »[45].

Mais au–delà de ce Zeitgeist, les problèmes de l'infini sont aussi bien l'objet même de la mathématique que de la philosophie ou de la théologie d'aujourd'hui et d'hier. Davis et Hersh montrent cette parenté en rapprochant « l'axiome » de Dieu présenté par Maimonide dans son commentaire de la Thora de l'axiome[46]46 de l'infini tire d'une introduction à la théorie des

[45] A. Koyré, 1973. p. 322. ci. pour l'idée dynamique d'un « esprit du temps », Schumpeter, p. 393. A sa suite nous conservons le mot allemand. *Zeitgeist.*
[46] Davis et Hersh, pp. 154-5.

ensembles. De même la présentation des thèses de Duns Scot sur la transcendance par Heidegger suggère souvent de tels rapprochements avec les nombres cardinaux de Cantor, ou entre « la catégorie des catégories » et « l'ensemble de tous les ensembles »[47].

C'est assez dire que traiter à fond de cette question exigerait une revue non seulement des mathématiques mais aussi de la philosophie et de la théologie qui déborderait évidemment de cette présentation. Nous nous contenterons, par conséquent, de quelques repères permettant de situer le travail de Marx, n'hésitant pas à prendre au sérieux – naïvement et littéralement – l'avertissement de Descartes : « C'est pourquoi nous ne nous soucierons pas de répondre à ceux qui demandent si la moitié d'une ligne infinie est infinie et si le nombre infini est pair ou impair, à cause qu'il n'y a que ceux qui s'imaginent que leur esprit est infini qui semblent devoir examiner de telles difficultés »[48]. En effet, c'est un domaine où se mêlent inextricablement la conception du réel et de la connaissance (place de l'intuition), la nature des mathématiques et leur rôle dans la connaissance.

Il n'est pas étonnant, dès lors, que ce soient très souvent les mêmes hommes que l'on retrouve en philosophie, en mathématiques ou en physique soit donnant les impulsions engendrant des crises soit tentant de grandes synthèses (Aristote, Galilée, Descartes, Newton, Leibniz, Kant, Hegel). Malgré l'évidente inter connexion de ces domaines, les études historiques qui en sont faites sont de plus en plus parcellarisées et spécialisées, de sorte que nous ne connaissons pas de synthèses diachroniques et synchroniques : ainsi, les histoires du calcul infinitésimal sont-elles peu dissertes sur le contexte philosophique et muettes sur les questions théologiques[49], l'histoire de la physique présente-t-elle souvent les mathématiques simplement comme une science auxiliaire fournissant un outil pour décrire le réel ; quant à la philosophie, il est à craindre que le jugement de Engels sur les disciples de Hegel du milieu du XIXe ne puisse s'appliquer également au XXe. Ainsi, E. Fleischmann qui, en 1968, s'abstenait de commenter, dans *la Logique de Hegel,* les notes consacrées au calcul infinitésimal, « faute de compétence » et parce qu'il estimait « entièrement a–mathématiques, leurs conclusions » présente un point de vue opposé en 1972 mais qui ne manque pas de surprendre :

> Jusqu'ici, nous l'avons vu, il s'agissait de confronter le dialectique de Hegel avec le discours mathématique considéré comme modèle de rationalité, ce qui est une entreprise assez banale. Maintenant il nous

[47] Heidegger, pp. 47-119.
[48] Descartes, cité par Koyré, 1962, p. 105.
[49] C. Bover est pratiquement muet, rien dans le livre techniquement et pédagogiquement parfait de CE. Edwards.

> faut démolir les arguments de Hegel contre le modèle mathématique qui est pour lui un faux critère de scientificité, démontrer que la pensée de Hegel elle–même n'est pas indépendante de considérations d'ordre mathématique et arriver à la conclusion – fort peu banale – que Hegel n'est qu'un mathématicien qui s'ignore. Dans ce contexte, il nous faut noter d'abord que les prises de position de Hegel contre le raisonnement mathématique datent du début du XIXe siècle, donc d'avant la constitution des mathématiques modernes. Il cite naturellement Leibniz et Newton et, de son époque, Euler et Ploucquetentre autres qui n'ont pas une place considérable dans l'histoire de la pensée mathématique. Si l'on se souvient que la renaissance du calcul n'intervient qu'avec Boole et de Morgan et que les principaux concepts mathématiques se constituent chez Cantor seulement, il est compréhensible que malgré son estime pour le calcul infinitésimal Hegel pouvait se méprendre sur la véritable nature de la pensée mathématique. Il est dommage qu'il n'y voyait (surtout dans l'algèbre, le calcul leibnizien et l'arithmétique) qu'une façon de penser mécanique et « extérieure », aussi ennuyeuse que le syllogisme traditionnel qu'on peut confier aux machines à calculer au lieu de torturer avec cela professeurs et écoliers. Tout ceci a peut–être son origine dans une simple ignorance ou un manque d'information.

Nous partageons le jugement selon lequel la pensée de Hegel n'est pas indépendante de considérations mathématiques, mais nous croyons la relation mathématique–logique beaucoup plus étroite que ne le laisse entendre Fleischmann de telle sorte qu'il est impensable que Hegel ait pu « l'ignorer ». Nous montrerons également que Hegel était parfaitement au courant de la mathématique et de son histoire,(ce qui ne semble pas être le cas de Fleischmann, si l'on en juge par son jugement sur Euler !)[50]. Mais auparavant, nous devons présenter l'apparition du calcul infinitésimal classique.

Si les problèmes mathématiques et philosophiques liés à l'infini sont très anciens et remontent, au moins, aux mathématiques grecques, on peut admettre l'idée d'un tournant au XVe dans la mesure où en face de la spéculation intellectuelle sur l'infini vont apparaître des observations de l'univers imposant une transformation des conceptions de l'espace et du temps.

---

[50] L. Euler passe pour avoir été le mathématicien le plus prolifique de tous les temps et son nom a été donne â un nombre considérable d'objets mathématiques (*cf.* Harthong. Hersh Davis, Cantor...). Les références à Fleischman sont : 1968, pp. 102-103. 1972 pp. 39-40.

A ce moment, « la bulle du monde a commencé par enfler et s'élargir avant d'éclater et se perdre dans l'espace dans lequel elle était plongée »[51] C'est dans ce contexte que va naître le calcul infinitésimal qui est une tentative pour surmonter les paradoxes sur lesquels bute l'esprit humain quand il rencontre l'infini. Ainsi, les quatre paradoxes de Zénon « Achille et la tortue », « la flèche », « la dichotomie » et « le stade » naissent de la considération des grandeurs infiniment petites et infiniment grandes. Ils montrent les contradictions qui minent le mouvement si l'on admet une divisibilité infinie du temps et de l'espace. Zénon ne voulait, sans doute, pas nier le mouvement comme semblait le croire Diogène, mais montrer que l'infiniment petit (dans le temps ou dans l'espace) ou l'infiniment grand (en nombre de périodes ou d'intervalles) était signe de contradiction. Il est sans doute injuste pour la philosophie scolastique de sauter de la mathématique grecque à Kepler, Galilée et au XVIIe ; en effet, que ce soit en philosophie, – la réflexion sur les infinis potentiels et actuels – ou en mathématique, – les travaux sur les séries infimes –, le Moyen-âge n'a sans doute pas été un trou noir. Néanmoins, outre les contraintes de brièveté, deux raisons peuvent être avancées pour ne pas s'attarder sur cette période: d'une part, il est incontestable qu'il y a, de Cavalieri ou Galilée à Newton, une accélération très nette, la réflexion progresse beaucoup plus vite que dans les siècles antérieurs, d'autre part, c'est bien aux méthodes de calcul des « Anciens » (essentiellement les *anciens* Grecs) que Newton et Leibniz soutiennent qu'il faut comparer celles qu'ils proposent.

Mais avant de présenter quelques traits de ces méthodes, il importe de revenir brièvement sur les origines du tournant des XVIe et XVIIe siècles. Nous avons mentionné et là spéculation intellectuelle et les observations et nous insistons sur cette dualité: le calcul avec les infinitésimales n'est pas une simple projection de la lunette de Tycho Brahé même si souvent les mêmes hommes se sont intéressés à l'astronomie et au calcul infinitésimal.

Nous ne souscrivons pas aux thèses mécaniques « expliquant » les ruptures théoriques par une accumulation pratique antérieure qu'il s'agisse de la géométrie et de l'arpentage des Égyptiens ou bien du calcul infinitésimal et l'astronomie ou la navigation. Dans le domaine considéré, on pourrait rappeler à rencontre de la pratique, mère de la théorie, deux contre–exemples, de nature opposée mais complémentaire : Tycho Brahé a, par ses observations, repoussé les limites de l'univers de façon énorme (par rapport aux connaissances antérieures), mais c'est Kepler qui a pu interpréter ses résultats. Leibniz, par contre, ne semble pas avoir été conduit, par l'intuition sous une forme quelconque aux bases de son calcul infinitésimal et l'astronomie en particulier ne joua aucun rôle important. Ainsi, le Zeitgeist

[51] Koyré, 1962, p. 5.

qui mène de Nicolas de Cues à Newton et Leibniz a trop aimé bousculer les idées reçues pour se laisser enfermer dans des schémas simplificateurs. Enfin s'il convient bien d'établir une relation entre le monde qui enfle et l'infini mathématique, il faut marquer une différence essentielle: vis–à–vis de l'univers infini peut être mise en œuvre la distinction qui remonte aux Grecs entre infini actuel et infini potentiel. Arrêtons nous un instant sur ce point.

Aristote, notamment, a nié l'existence de l'infini en acte (actuel). Le concept d'infini désigne alors une simple possibilité, –on entend, par la suite par « infini potentiel », un infini dont on considère les parties comme données ou construites successivement, l'ensemble des parties n'existe donc qu'en puissance seulement. Au contraire, si l'on considère les parties – et par suite les éléments – comme données simultanément, on parlera « d'infini actuel ». La théologie chrétienne, dans son orientation majoritaire, s'est efforcée de montrer que l'infini– « l'être tel qu'on n'en saurait concevoir de plus grand » – ne pouvait définir que Dieu, objet de la foi, révélé dans les Écritures. La distinction actuel/potentiel était dès lors très bienvenue puisqu'il est clair, d'une part que l'infini potentiel ne menace pas le statut attribué à Dieu, d'autre part qu'il est « suffisant » pour l'univers – même élargi – du XVIIe siècle. Théologiens et physiciens pouvaient donc s'appuyer sur elle pour refouler les monstres logiques que la considération de « l'infini » faisait apercevoir. Au contraire, en mathématique, il est tentant de « capturer l'infini actuel » ce que le Marquis de l'Hospital croyait avoir réussi dans le calcul infinitésimal, (ce à quoi Cantor et ses successeurs estiment être parvenu deux siècles après avec sa théorie des ensembles infinis). Philosophe, mathématicien, physicien, mais aussi croyant, soumis à l'Église, Descartes s'en remettait à la fameuse distinction qu'il reformule de la façon suivante :

« Et nous appellerons ces choses indéfinies plutôt qu'infimes afin de réserver à Dieu le nom d'infini, tant à cause que nous ne remarquerons point de bornes en ses perfections, comme aussi que nous sommes assurés qu'il n'y en peut avoir »[52]. Descartes marque ici les limites à ne pas franchir: il est un domaine où les textes sacrés font autorité, ou dans lequel, au moins l'autorité appuie les textes sacrés. C'est que l'on est dans un temps où l'exploration conceptuelle a conduit au bûcher Giordano Bruno qui, estimant impossible d'assigner des limites à l'action créatrice de Dieu, croyait au monde infini quoiqu'il n'ait cessé de se considérer comme chrétien. Certes, les *Principia Mathematica* de Newton sont de 1687, c'est–à–dire un siècle après le *De l'infinito universo e mondi* (1584) de Giordano Bruno, mais la prudence autant que la modestie inspire-t-elle Descartes quand il dit « qu'il

[52] Descartes, *Principia Philosophiae,* § 22, cité par Koyré, 1962, p. 106

ne faut pas chercher de comprendre l'infini mais seulement penser que tout ce en quoi nous ne trouvons pas de bornes est indéfini »[53]. La théologie – et la coercition qu'elle peut exercer ou justifier – est donc inextricablement mêlée à l'origine du calcul infinitésimal. Elle apparaît même dans le casse–tête déjà suffisamment embrouillé que constitue la querelle de priorité Newton–Leibniz. Ainsi, comme l'a relevé A. Koyré, Leibniz, attaqué, suspecté de plagiat ! contre-attaqua en laissant planer un doute sur l'athéisme des positions newtoniennes[54]. En outre, pour retracer ces conflits, il ne faut pas oublier que les combattants n'ont cessé d'avancer à visage couvert: c'est René Guénon qui relève les références rosicruciennes affichées par Leibniz[55]. C'est H. Lincoln qui montre que Newton qui passa la fin de sa vie à déchiffrer la Bible fut probablement le chef des sociétés ésotériques anglaises. A toutes ces activités, Newton a ajouté des recherches alchimiques importantes au point que l'Encyclopédie Britannique estime « le temps et l'énergie qu'il consacra à l'alchimie égalent probablement ce qu'il donna à la physique ou aux mathématiques ». Mais comme ses manuscrits non scientifiques restèrent longtemps en possession des descendants de la nièce de Sir Isaac, ils n'ont pas encore fait l'objet d'étude vraiment complète d'autant que la tâche est ardue : « il emploie un langage souvent ésotérique, n'explique pas le but poursuivi et les résultats ne sont pas probants ». On voit combien il est difficile de classer des auteurs – tels Newton, alchimiste, croyant, mathématicien – d'une époque où la liberté de recherche et de publication n'existait nullement[56].

Cet arrière–fond ésotérique doit être évoqué pour comprendre les premiers développements du calcul infinitésimal d'autant plus que techniquement les résultats obtenus par Newton et Leibniz semblaient provenir d'une méthode peu rigoureuse. Une distinction, ici, doit être introduite entre Newton et Leibniz : le premier est parvenu au calcul infinitésimal en faisant davantage appel à l'intuition géométrique, le second en recourant plus directement aux infiniment petits et aux infiniment grands. Dans les deux cas, la prise en compte de quantités infinies (grand ou petit) s'accompagnait de dérogations aux règles habituelles de l'algèbre. Comme la rigueur faisait défaut dans la manipulation des infiniment petits, opérations

[53] *Ibidem*, p. 105.
[54] *Ibidem*, pp. 226-755.
[55] R. Guenon, p. 12.
[56] H. Lincoln.cne dans C. Wilson, p. 163. H. Ruegg et E. Grouannini, dans le *Journal de Genève* du 22/9.84 font une recension de la biographie de Newton due au professeur Betty Dobbs que nous résumons ici. Pour la petite histoire des grands savants, c'est l'économiste Keynes qui acheta aux enchères en 1936 les manuscrits de Newton pour les offrir à l'Université de Cambridge !

qui fournissaient pourtant des résultats exacts, ceux–ci apparaissaient « miraculeux »[57].

Si les avantages techniques de la notation différentielle permirent dans un premier temps un progrès rapide du calcul différentiel surtout dans l'Europe Continentale, par la suite, le souci d'éliminer les incohérences logiques conduisit à la recherche d'autres fondements. Comme l'a relevé Abraham Robinson, l'histoire du calcul différentiel – comme celle d'autres sujets – étant écrite à la lumière des développements ultérieurs, c'est avec une grande indulgence que sont suivies les tentatives pour fonder sur les limites de calcul différentiel, tandis que les idées de Leibniz sont jugées avec beaucoup de sévérité[58]. Aussi ne s'étonnera-t-on point de voir depuis 50 ans l'histoire du calcul différentiel s'incliner au passage devant les pères fondateurs, puis saluer les progrès de la rigueur conduisant aux grands traités d'analyse de la fin du XIXe siècle dans lesquels les infiniment petits ne sont plus utilisés que par « commodité de langage ». Il n'est pas étonnant également que Lagrange bénéficie, pour sa tentative de reformuler le calcul différentiel, de la même indulgence puisque il entendait précisément faire abstraction de toute considération de « quantités évanouissantes, d'infiniment petits... ». Faut-il en conclure que le dernier mot de l'histoire a été écrit, la « rigueur » étant maintenant achevée, des premières tentatives à l'utilisation correcte des limites ? Afin de situer sa propre théorie – l'analyse non-standard – qui en constitue une remise en cause, Abraham Robinson résume « loyalement » cette histoire de la façon suivante :

> « Les avantages techniques de la notation différentielle favorisent initialement de rapides progrès du calcul différentiel et de ses applications en Europe continentale, où elle avait été adoptée ».
>
> Cependant, au bout d'un certain temps, les contradictions internes de cette théorie amenèrent les mathématiciens a la conviction que d'autres fondements étaient nécessaires. Lagrange crut qu'il avait découvert une approche adaptée en partant du développement en série de Taylor d'une fonction. Mais la bonne solution fut apportée par Cauchy qui fournit le premier développement rigoureux de l'analyse mathématique. Cauchy basa sa théorie sur le concept de limite, auquel, après Newton, d'Alembert avait déjà fait appel. Par la suite. Weierstrass formalisa la méthode de Cauchy, qui avait été dans une certaine mesure précédé par Bolzano.
>
> A mesure que la théorie des limites gagnait de solides positions, le discrédit tombait sur l'usage en analyse des quantités infiniment

[57] Cf. infra, pp. 119, 137, 186.
[58] Abraham Robinson, p. 260 ; J. Desanti (1975) écrit: « Pour parler grossièrement, ce fut le triomphe posthume de Newton sur Leibniz » p. 245.

petites et infiniment grandes qui ne subsistèrent plus que par commodité de langage – pour indiquer qu'une variable tend vers l'infini ».

A cette présentation, on ajoute habituellement un complément: en effet, la rigueur, injectée dans l'analyse désigne simplement la recherche « d'une suite d'enchaînements démonstratifs, obtenus par extension et complétion à partir du seul concept de nombre entier et organisés en un système déductif cohérent »[59].

L'achèvement impliquait donc une définition rigoureuse des nombres et l'on rejoint ici les travaux sur la continuité et les ensembles de Dedekind et Cantor, base des mathématiques modernes. On peut illustrer le moment clé de la création de l'analyse moderne par Cantor et Dedekind par le passage autobiographique suivant de Dedekind :

> « En 1858, commençant (mon) enseignement, (je sentis) plus clairement que jamais auparavant, l'absence de fondements réellement scientifique pour l'arithmétique. En travaillant sur la notion de l'approche d'une grandeur variable vers une valeur limite fixe et, en particulier, en démontrant le théorème selon lequel toute grandeur qui croit continuellement, mais pas au–delà de toutes limites, doit nécessairement approcher d'une valeur limite, je dus recourir à des intuitions (évidences) géométriques. Aujourd'hui encore, je considère que le recours à l'intuition géométrique est extrêmement utile d'un point de vue pédagogique ; si l'on ne veut pas perdre trop de temps, il est même indispensable. Mais personne ne contestera que ce type d'introduction au calcul différentiel n'a rien de scientifique. Pour ma part, je pris la ferme résolution, tellement je me sentais insatisfait, de poursuivre mes recherches sur cette question aussi longtemps que je n'aurais pas trouvé un fondement parfaitement rigoureux et purement arithmétique des principes de l'analyse infinitésimale. On trouve si fréquemment l'affirmation selon laquelle le calcul différentiel traite de grandeurs continues et cependant on ne trouve nulle part une explication de cette continuité ; les exposés les plus rigoureux du calcul différentiel, eux–mêmes, ne basent pas leurs preuves sur la continuité, mais, plus ou moins consciemment, soit elles font appel à des notions géométriques ou suggérées par la géométrie, soit elles dépendent de théorèmes qui ne sont jamais démontrés de façon purement arithmétique. Parmi ceux–ci, par exemple, figure le théorème cité plus haut et une étude plus soigneuse me persuada que ce théorème ou n'importe quel autre équivalent pouvait d'une certaine

[59] La première citation est extraire de Robinson, pp. 260-1. La seconde de J.T. Desanti. p. 279. Le passage autobiographique de Dedekind ci-dessous est dans CE. Edwards, p. 330.

façon être considéré comme une base suffisante pour l'analyse infinitésimale ».

Différents éléments conduisent à penser qu'il eut peut–être prématuré d'achever de la sorte l'histoire du calcul différentiel : *tout d'abord* l'élimination des grandeurs infinitésimales de la théorie mathématique n empêche que « les physiciens, ignorant d'Alembert et surtout Weierstrass et Dedekind, continuent à pratiquer le calcul des infiniment petits en se moquant de cette rigueur mathématique, à leurs yeux purement idéologique »[60].

C'est que ce calcul, malgré son absence de rigueur, a, en sa faveur, des résultats, sa rapidité et sa simplicité. Ensuite, une théorie mathématique formulée en 1960 par A. Robinson permet de justifier l'utilisation – qui ne se limite pas à la commodité du langage – des infiniment petits. Il s'agit de l'analyse non-standard. *Enfin,* les mathématiciens sont aujourd'hui moins sûrs de l'utilisation de l'infini de Cantor et de ses disciples. En effet, dans le dernier tiers du XIXe siècle, comme l'a noté J.T. Desanti[61] « chassée par une porte (par l'élimination de l'infiniment petit et de l'infiniment grand) la considération de l'infini actuel se présentait à une autre sous la forme d'une question: quel sens attribuer à la notion d'une totalité infinie donnée ? Pourrait-elle (...) désigner un jour un être mathématique bien constitué ». La création cantorienne répondait, enfin, à la première de ces questions et grâce à l'hypothèse du continu que Cantor espérait démontrer, une réponse affirmative à la seconde question devenait possible. Hilbert devait parler du « paradis » créé par Cantor comme de « là plus admirable bénédiction de la pensée mathématique et en même temps une des plus belles réussites de l'activité intellectuelle de l'homme »[62].

Hélas, Paul Cohen a démontré en 1963 que les ressources des mathématiques habituelles étaient insuffisantes à résoudre le problème du continuum et la création cantorienne soulève aujourd'hui bien des interrogations « au point que des mathématiciens éminents ont pu parier d'un « embrouillamini pathologique » que les générations futures observeraient avec étonnement » selon le mot d'A. Fraenkel[63].

[60] J. Harthong. p. 1194.
[61] J.T. Desanti. p. 280.
[62] A. Fraenkel. pp. 44-6.
[63] *Ibidem*.

B – La «métaphysique» du calcul infinitésimal

L'histoire de l'infini mathématique esquissée ci–dessus est suffisante pour montrer que le rapprochement entre mathématique et théologie (ou philosophie) n'est pas accidentel. Il ne fait qu'exprimer une interrogation des philosophes depuis l'âge « classique » du calcul infinitésimal : « Quelle est la nature de l'infini dont usent les mathématiciens ? » qui fait pendant au désir des mathématiciens de « saisir »dans leur langage cet infini, apanage des philosophes et des théologiens. La défiance mutuelle n'exclut pas d'ailleurs un mimétisme (ou une concurrence à l'égard du vocabulaire). C'est ainsi que l'ensemble des règles et des principes de calcul différentiel fut rapidement désigné comme la « métaphysique » ou les «principes métaphysiques du calcul infinitésimal» Dans la seconde édition de la *Logik*, Hegel constatait: « Qui s'intéresse encore à des recherches sur l'immatérialité de l'âme, sur les causes mécaniques et finales? Les anciennes preuves de l'existence de Dieu ne sont plus citées que pour leur intérêt historique ou en vue d'édification ou d'élévation de l'âme. Il est incontestable que tout intérêt soit pour le contenu, soit pour la forme de l'ancienne métaphysique, soit pour les deux à la fois, a disparu ». C'est en ce sens – fossilisé – que le langage a conservé l'expression « métaphysique» et ce glissement n'est pas sans entraîner force contresens : c'est Lénine, dans ses *Cahiers Philosophiques* qui relevant la référence hégélienne au livre de Carnot accompagne la mention du titre *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal* de points d'exclamation sarcastiques alors que cet ouvrage n'a rien de métaphysique et pourrait s'intituler *Réflexions sur les principes du calcul infinitésimal.*

Mais, puisque d'Alembert occupe – et pas seulement chronologiquement – une place centrale entre « l'âge classique » du calcul infinitésimal et la formulation moderne, entre la métaphysique du XVIIe siècle et la fin de la métaphysique qu'annonce Hegel, – place que Marx a soulignée – il est intéressant de voir comment il formule le rapport de la philosophie et des mathématiques. Nous trouvons les remarques suivantes sur le « calcul de l'infini » :

> Un des principaux points de l'application de l'algèbre à la géométrie, est ce qu'on appelle aujourd'hui, quoiqu'assez improprement, le calcul de l'infini, et qui facilite d'une manière si surprenante des solutions que l'analyse ordinaire tenterait en vain. *(Voyez* éclaircissement, § XIV, p. 288). Le philosophe doit moins s'appliquer aux détails de ce calcul, qu'à bien développer les principes qui en sont la base. Ce nom est d'autant plus nécessaire, que la plupart de ceux qui ont expliqué les règles du calcul de l'infini, ou en ont négligé les vrais principes, ou les ont présentés d'une manière très fausse. Après avoir abusé en métaphysique de la méthode des

géomètres, il ne restait plus qu'à abuser de la métaphysique en géométrie, et c'est ce qu'on a fait. Non seulement quelques auteurs ont cru pouvoir introduire dans la géométrie transcendante une logique ténébreuse, qu'ils ont nommée sublime ; ils ont même prétendu la faire servir à démontrer des vérités dont on était déjà certain par d'autres principes. C'était le moyen de rendre ces vérités douteuses, si elles avaient pu le devenir. On a regardé comme réellement existant dans la nature les infinis et les infiniment petits de différents ordres; il était néanmoins facile de réduire cette manière de s'exprimer à des notions communes, simples et précises. Si les principes du calcul de l'infini ne pouvaient être soumis à de pareilles notions, comment les conséquences déduites de ces principes par le calcul, pourraient-elles être certaines ? Cette philosophie obscure et contentieuse, qu'on a cherché à introduire dans le siège même de l'évidence, est le fruit de la vanité des auteurs et des lecteurs. Les premiers sont flattés de pouvoir répandre un air de mystère et de sublimité sur leurs productions ; les autres ne haïssent pas l'obscurité, pourvu qu'il en résulte une apparence de merveilleux; mais le caractère de la vérité est d'être simple.

Au reste, en supposant même que les principes métaphysiques dont on peut faire usage en géométrie, soient revêtus de toute la certitude et la clarté possible, il n'y a guère de propositions géométriques qu'on puisse démontrer rigoureusement avec le seul secours de ces principes. Presque toutes demandent, si on peut parler de la sorte, la toise ou le calcul, et quelquefois l'un et l'autre. Cette manière de démontrer paraîtra peut–être bien matérielle à certains esprits; mais c'est presque toujours la seule qui soit sûre pour arriver à des combinaisons et à des résultats exacts. *(Voyez* éclaircissement, § *Ibidem*, XV, p. 294). Il semble que les grands géomètres devraient être excellents métaphysiciens, au moins sur les objets dont ils s'occupent; cependant il s'en faut bien qu'ils le soient toujours. La logique de quelques uns d'entre eux est renfermée dans leurs formules, et ne s'étend point au–delà. On peut les comparer à un homme qui aurait le sens de la vue contraire à celui du toucher, ou dans lequel le second de ces sens ne se perfectionnerait qu'aux dépens de l'autre. Ces mauvais métaphysiciens, dans une science où il est si facile de ne le pas être, le seront à plus forte raison infailliblement, comme l'expérience le prouve, sur les matières où ils n'auront point le calcul pour guide. Ainsi la géométrie qui mesure les corps, peut servir en certains cas à mesurer les esprits même[64].

[64] D'Alembert (1821), tome I, pp. 275-6.

Plus loin, D'Alembert s'interroge pour « savoir quel genre d'esprit doit obtenir par sa supériorité le premier rang dans l'esprit des hommes, celui qui excelle dans les lettres ou celui qui se distingue au même degré dans les sciences », ce qui montre que le terme de concurrence n'était pas inapproprié pour décrire les relations entre « géomètres » et « métaphysiciens » du calcul infinitésimal qu'il « éclaircit » de la façon suivante :

> Pour se former des notions exactes de ce que les géomètres appellent *calcul* infinitésimal, il faut d'abord fixer d'une manière bien nette l'idée que nous avons de l'infini. Pour peu qu'on y réfléchisse, on verra clairement que cette idée n'est qu'une notion abstraite. Nous concevons une étendue finie quelconque, nous faisons ensuite abstraction des bornes de cette étendue, et nous avons l'idée de l'étendue infime. C'est de la même manière, et même de cette manière seule, que nous pouvons concevoir un nombre infini, une durée infinie, et ainsi du reste.
>
> Par cette définition ou plutôt cette analyse, on voit d'abord à quel point la notion de *l'infini* est pour ainsi dire vague et imparfaite en nous; on voit quelle n'est proprement que la notion *d'indéfini*, pourvu qu'on entende par ce mot une quantité vague à laquelle on n'assigne point de bornes, et non pas, comme on le peut supposer dans un autre sens, une quantité à laquelle on conçoit des bornes sans pourtant les fixer d'une manière précise.
>
> On voit encore par cette notion que *l'infini*, tel que l'analyse le considère, est proprement la *limite* du fini, c'est–à–dire le terme auquel le fini tend toujours sans jamais y arriver, mais dont on peut supposer qu'il approche toujours de plus en plus, quoiqu'il n'y atteigne jamais. Or c'est sous ce point de vue que la géométrie et l'analyse bien entendues considèrent la quantité infime; un exemple servira à nous faire entendre.
>
> Supposons cette suite de nombres fractionnaires à l'infini. *½, ¼, 1/8, 1/16*, etc., et ainsi de suite, en diminuant toujours de la moitié : les mathématiciens disent et prouvent que la somme de cette suite de nombres, si on la suppose poussée à l'infini, est égale à 1.
>
> Cela signifie, si on veut ne parler que d'après des idées claires, que le nombre 1 est la *limite* de la somme de cette suite de nombres; c'est–à–dire, que plus on prendra de nombres dans cette suite, plus la somme de ces nombres approchera d'être égale à 1, et *qu'elle pourra en approcher aussi près qu'on voudra.* Cette dernière condition est nécessaire pour compléter l'idée attachée au mot *limite.* Car le nombre 2, par exemple, n'est pas la limite de la somme de cette suite, parce que, quelque nombre de termes qu'on y prenne, la somme à la

vérité approchera toujours de plus en plus du nombre 2, mais ne pourra en approcher aussi près qu'on voudra, puisque la différence sera toujours plus grande que l'unité.

De même quand on dit que la somme de cette suite 2. 4, 8, 16, etc. ou de toute autre qui va en croissant, est infinie, on veut dire que plus on prendra de termes de cette suite, plus la somme en sera grande, et qu'elle peut être égale à un nombre aussi grand qu'on voudra.

Telle est la notion qu'il faut se former de *l'infini,* au moins par rapport au point de vue sous lequel les mathématiques le considèrent ; idée nette, simple, et à l'abri de toute chicane.

Je n'examine point ici s'il y a en effet des quantités infinies actuellement existantes; si l'espace est réellement infini; si la durée est infime; s'il y a dans une portion finie de matière un nombre réellement infini de particules. Toutes ces questions sont étrangères à l'infini des mathématiciens, qui n'est absolument, comme je viens de le dire, que la *limite* des quantités finies ; limite dont il n'est pas nécessaire en mathématiques de supposer l'existence réelle; il suffit seulement que le fini n'y atteigne jamais.

La géométrie, sans nier l'existence de l'infini actuel, ne suppose donc point, au moins nécessairement, l'infini comme réellement existant ; et cette seule considération suffit pour résoudre un grand nombre d'objections qui ont été proposées sur l'infini mathématique.

On demande, par exemple, s'il n'y a pas des infinis plus grands les uns que les autres, si le carré d'un nombre infini n'est pas infiniment plus grand que ce nombre ? La réponse est facile au géomètre : un nombre infini n'existe pas pour lui, au moins nécessairement; l'idée de nombre infini n'est pour lui qu'une idée abstraite, qui exprime seulement une limite intellectuelle à laquelle tout nombre fini n'atteint jamais[65].

Ces extraits manifestent le divorce entre l'(ancienne) métaphysique telle que Hegel la présentait et la métaphysique qui préside au calcul infinitésimal selon D'Alembert. D'ailleurs, D'Alembert lui–même souligne cet écart :

§ XV. Éclaircissement *sur l'usage et sur l'abus de la métaphysique en géométrie, et en général dans les sciences mathématiques,* page 276.

La métaphysique, selon le point de vue sous lequel on l'envisage, est la plus futile des connaissances humaines; la plus satisfaisante

[65] *Ibidem,* pp. 288-9.

> quand elle ne considère que des objets qui sont à sa portée, qu'elle les analyse avec netteté et avec précision, et qu'elle ne s'élève point dans cette analyse au–delà de ce qu'elle connaît clairement de ces mêmes objets; la plus futile, lorsque, orgueilleuse et ténébreuse tout à la fois, elle s'enfonce dans une région refusée à ses égards, qu'elle disserte sur les attributs de Dieu, sur la nature de l'âme, sur la liberté, et sur d'autres sujets de cette espèce, où toute l'antiquité philosophique s'est perdue, et où la philosophie moderne ne doit pas espérer être plus heureuse[66]

et il précise encore sa conception en attaquant vivement la position de Fontenelle: « (...) M. de Fontenelle a distingué différents ordres d'infinis et d'infiniment petits qui n'existent pas plus les uns que les autres; qu'il a distingué de même deux espèces d'infinis, l'infini métaphysique et l'infini géométrique, [souligné par D'Alembert], aussi chimériques l'un que l'autre, quand on voudra leur attribuer une existence réelle »[67].

C'était pour préserver le domaine de la métaphysique que la philosophie scolastique et Descartes rejetaient l'infini actuel, c'est pour rejeter les interrogations métaphysiques hors des mathématiques que D'Alembert s'en prend à l'infini actuel. Paradoxe qui rappelle un précédent: l'attachement à la définition traditionnelle de Dieu entraînait Kepler à défendre l'idée d'un monde fini, tandis que G. Bruno pour ne pas limiter la création de Dieu soutenait l'idée d'une infinité de mondes.

Si nous voulons « nous former des notions exactes » sur cette question, il nous faut remonter à Leibniz. Les sarcasmes de Voltaire à l'égard de Leibniz lui ont fait une épouvantable réputation de « métaphysicien » au sens vulgaire et péjoratif du terme. Or, si la multiplicité des discours tenus par Leibniz ne facilite pas l'approche de sa pensée, il nous apparaît que les censeurs sont plus prompts à prononcer leur jugement qu'à apporter les preuves. Certes, il y a des « sauts » ou des « trous » dans le calcul de Leibniz dont certains sont comblés par ces arguments obscurs (principe de continuité, principe de raison suffisante), pourtant c'est un raccourci un peu rapide que veut nous faire emprunter J.T. Desanti quand il avance que Leibniz chercherait « la justification de l'infinitésimal dans la métaphysique, dans la monadologie, théorie générale de l'être »[68].

Nous sommes plus convaincus par la lecture soigneuse d'A. Robinson (que cite, d'ailleurs J.T. Desanti) qui fait apparaître la complexité de la position de Leibniz. Nous en retenons que Leibniz ne se laisse pas réduire

[66] *Ibidem*, p. 294
[67] *Ibidem*, p. 299.
[68] J.T. Desanti, pp. 275-6.

par les alternatives que soulèvera D'Alembert. Ainsi, de l'existence des infinitésimales : Leibniz, s'il acceptait l'idée d'un infini potentiel, avait une position beaucoup plus réservée sur l'existence de l'infini actuel, cherchant a convaincre de l'efficacité du calcul infinitésimal ceux qui le rejettent :

> « ... D'où s'ensuit, que si quelqu'un n'admet point des lignes infinies et infiniment petites à la rigueur métaphysique et comme des choses réelles, il peut s'en servir sûrement comme des notions idéales qui abrègent le raisonnement, semblable à ce qu'on appelle racines imaginaires dans l'analyse commune (comme par exemple $\sqrt{-2}$ ... C'est encore de la même façon qu'on conçoit des dimensions au–delà de trois..., le tout pour établir des idées propres à abréger les raisonnements et fondées en réalités.
>
> Cependant il ne faut point s'imaginer que la science de l'infini est dégradée par cette explication et réduite à des fictions ; car il reste toujours un infini syncatégorématique, comme parle l'école et il demeure vrai par exemple que 2 est autant que 1/1 + 1/2 +1/4 +1/8+1/16+1/32 etc., ce qui est une série infime dans laquelle toutes les fractions dont les numérateurs sont 1 et les dénominateurs de progression géométrique double, sont comprises à la fois, quoiqu'on n'y emploie toujours que des nombres ordinaires et quoiqu'on n'y fasse point entrer aucune mention infiniment petite, ou dont le dénominateur soit un nombre infini... »[69].

Contenant l'ardeur de ses disciples tels Fontenelle, objet des attaques de d'Alembert :

> « Entre nous je croîs que M. de Fontenelle, qui a l'esprit galant et beau, en a voulu railler, lorsqu'il a dit qu'il voulait faire des éléments métaphysiques de notre calcul. Pour dire le vrai, je ne suis pas trop persuadé moi–même qu'il faut considérer nos infinis et infiniment petits autrement que comme des choses idéales et comme des fictions bien fondées. Je crois qu'il n'y a point de créature au–dessous de laquelle naît une infinité de créatures, cependant je ne crois point qu'il y en ait, ni même qu'il en puisse avoir d'infiniment petites et c'est ce que je crois pouvoir démontrer»[70].

A. Robinson cite, enfin, une lettre écrite par Leibniz à la fin de sa vie qui fait référence aux attaques subies par les Leibniziens et il y voit une raison possible de l'ambiguïté certaine des affirmations précédentes. Elle nous montre, en tous les cas, les dangers qu'il y aurait à « classer » trop rapidement un tel auteur :

[69] La citation est de Leibniz 1701, p. 350; reprise dans A: Robinson, p. 262.
[70] *Ibidem*, la citation est de Leibniz 1702, p. 91-5.

«II. Pour ce qui est de calcul des infinitésimales, je ne suis pas tout à fait content des expressions de Monsieur Herman dans sa réponse à Monsieur Nieuwentijt, ni de nos autres amis. Et M. Naudé a raison d'y faire des oppositions. Quand ils se disputèrent en France avec l'Abbé Gallois, le Père Gouge et d'autres, je leur témoignai, que je ne croyais point qu'il y eût des grandeurs véritablement infinies ni véritablement infinitésimales, que ce n'étaient que des fictions mais des fictions utiles pour abréger et pour parler universellement... Mais comme M. le Marquis de l'Hospital croyait que par là je trahissais la cause, ils me prièrent de n'en rien dire, outre ce que j'en avais dit dans un endroit des actes de Leibniz, et il me fut aisé de déférer à leur prière »[71].

On voit ici affleurer la problème de la conception même des mathématiques telle qu'elle est discutée au XXe siècle entre platoniciens, formalistes et intuitionnistes, les hésitations de Leibniz n'étant probablement pas dictées par les seules contraintes tactiques d'une querelle finalement fortuite et Marx semble bien lui attribuer une conception formaliste quand il lui reproche dans son histoire du cheminement conceptuel : « 1) calcul différentiel mystique. (...) dx est supposé exister grâce à une *explication* métaphysique. D'abord, il existe, et ensuite il est expliqué »[72]. Nous examinerons ces points plus en détail en essayant de dégager la conception marxienne des mathématiques. Mais il convient ici de marquer encore les équivoques qui entourent l'usage du terme « métaphysique » quand Marx critique le point de départ « métaphysique » de Leibniz (et Newton) comme ci–dessus ou bien dans la *Deuxième Esquisse:* « Et ici dans la première (historiquement) méthode, comment a donc été obtenu le point de départ des symboles différentiels en tant que formule d'équation ? Grâce à des hypothèses métaphysiques soit implicites soit explicites, qui conduisent elles–mêmes à des conclusions une fois de plus métaphysiques, non mathématiques »[73], ou encore des raisonnements insuffisamment rigoureux à son gré[74] Marx, ici, reprend l'abomination de la métaphysique que l'on avait pu noter chez D'Alembert – tout au moins en ce qui concerne les interférences éventuelles avec les mathématiques. Malheureusement, la condamnation est si totale qu'elle a fini par devenir imprécise.

Ces accusations, en ce qui concerne Leibniz, étaient, sans doute, aussi injustes. En effet, il n'était pas loin de prôner la rationalité avec autant de conviction que D'Alembert et Marx même s'il la situait dans un contexte différent et plus précisément évoquant un conflit éventuel de la raison et de la foi, il écrit : « Comme la raison est un don de Dieu, aussi bien que la foi,

---

[71] *Ibidem*, p. 263. 1, la citation est de Leibniz 1716, pp. 499-502
[72] *Cf. infra* p. 193.
[73] *Ibidem*, p. 167
[74] *Ibidem*, p. 224.

leur combat ferait combattre Dieu contre Dieu et si les objections de la raison contre quelque article de la foi sont insolubles, il faudra dire que ce prétendu article sera faux et non révélé : ce sera une chimère de l'esprit humain »[75].

C'est, peut–être, cette complexité leibnizienne qui l'a protégé des attaques marxiennes – essentiellement consacrées à Newton; nous ignorons, par contre, les raisons de « l'admiration » que lui témoignait Marx et qui nous paraît difficile à interpréter et que nous ne cherchons pas à élucider plus avant. Il est, par contre, indispensable pour situer l'intérêt de Marx pour le calcul différentiel de rappeler les travaux de Hegel et de tenter une confrontation avec les *MMM*[76].

C – L'origine hégélienne des recherches de Marx

Il ne s'agit plus seulement, ici, de situer ou d'éclairer les *MMM* mais de retracer directement leur origine : en effet, si une analyse forcément rapide mais scrupuleuse nous a conduit à écarter parmi les motivations de Marx un souci d'utilisation immédiate en économie, plusieurs éléments marquant une relation Hegel–Marx sautent aux yeux quand on examine les conditions dans lesquelles Marx s'est intéressé au calcul différentiel et plus encore, le contenu de ses travaux. Nous nous contenterons de citer quelques éléments significatifs du contexte de ces travaux :

1) Chronologiquement, tout d'abord, nous avons vu que Marx signalait, le 11 janvier 1858 pour la première fois à Engels qu'il travaillait l'algèbre et que durant la même période, il relisait La Logique de Hegel. Ce n'est d'ailleurs que cinq ans plus tard que Marx abordera le calcul différentiel et l'on peut penser que la remarque de Engels est un écho des difficultés que Marx et lui–même ont éprouvé à lire La Logique. Nous ignorons quels étaient les manuscrits mathématiques laissés par Hegel auxquels fait allusion Engels mais il est vraisemblable que Hegel avait des cahiers de lectures mathématiques et des brouillons, les premiers étant attestés par ses références bibliographiques, les seconds paraissant techniquement inévitables.

2) Les orientations bibliographiques de **Marx** ont été manifestement influencées par Hegel. En effet, on y trouve, en schématisant ;

a) Des ouvrages universitaires courants, le Boucharlat, le Hind étaient les manuels de base des études supérieures en Grande Bretagne. Il est bon de signaler à cet égard l'isolationnisme anglais en ce domaine et ce n'est pas

---

[75] Citation de la Théodicee, II, § 294, tirée de Cassirer 1902. p. 474.
[76] J. Elster a consacre un article à *Marx et Leibniz* peu convaincant a noire sens et nous n'excluons pas que « l'admiration » de Marx doive être comprise « cum grano salis ».

sans bonne raison que le grand mathématicien anglais G.M. Hardy a pu écrire clans la préface de 1937 à son Cours de Mathématiques Pures – rédigé en 1917 – « Ce livre a été écrit alors que l'analyse était négligée à Cambridge et avec une emphase et un enthousiasme qui semblent plutôt ridicules à présent. Si j'avais à le réécrire maintenant, je ne le ferais pas (pour parler comme le fait humoristiquement le professeur Littlewood) dans le style « d'un missionnaire parlant à des cannibales »[77].

b) Des ouvrages qui ont plus ou moins fait date dans l'histoire du calcul différentiel. Naturellement, les ouvrages les plus célèbres ne peuvent guère nous fournir d'indications sur des sources d'inspirations puisqu'il devait figurer dans toutes les bibliographies mais il est remarquable que Marx se soit efforcé – apparemment en vain d'ailleurs – de se procurer les ouvrages de John Landen et Simon Lhuillier, auteurs moins célèbres mais mentionnés par Hegel.

3) Plus déterminantes encore sont les remarques nombreuses que l'on trouve surtout chez Engels dans *L'Anti-Dühring* dans la *Dialectique de la Nature,* mais aussi dans des lettres à Marx ; ainsi, pour s'en tenir a un seul exemple: le 10 août 1881, Engels vient de se mettre « enfin » à la lecture des manuscrits mathématiques de Marx et il répond à Marx après quelques commentaires sur « la méthode originale » de celui–ci : « Ainsi ce vieil Hegel devinait tout à fait correctement quand il disait que la condition fondamentale de la différentiation était que les variables soient nécessairement élevées à des puissances différentes et que l'une au moins d'entre elles à la puissance 2 ou *1/2.* Nous savons maintenant ainsi pourquoi ». Ce passage doit s'interpréter en tenant compte de la collaboration entre Marx et Engels. Le passage visé est bien dans la *Science de La Logique.* Comme il s'agit d'une remarque en passant de Hegel, la lettre de Engels démontre dans quelle familiarité avec les travaux mathématiques de Hegel Marx et lui se trouvaient à la date considérée. D'ailleurs Marx ne s'est en rien soucié des mathématiques postérieures à 1813 ; en particulier, les ouvrages postérieurs à Hegel qu'il utilise ne sont que des vulgarisations de Lagrange ou d'Euler et si l'on trouve dans une page bibliographique mention d'un ouvrage de Moigno qui présentait les idées de Cauchy sur les limites – fondement du calcul différentiel moderne –, Marx ne l'a vraisemblablement jamais étudié et, en tous les cas, on n'y trouve aucune autre référence dans les *MMM.* En un sens, ceux–ci sont donc le développement mathématique indispensable à la lecture de Hegel, en somme le programme d'édition critique de Hegel auquel Engels faisait allusion en 1864. Cette affirmation – volontairement provocante – veut souligner l'intérêt de ces *Manuscrits Mathématiques* qui apporte une nouvelle dimension au débat sur la fameuse « coupure » dans l'œuvre de

[77] *Cf.* introduction à l'édition russe de *MMM* (reprise dans l'édition anglaise).

Marx et sur ses relations avec Hegel. Mais, arrivé à ce point et avant d'aller plus avant dans la relation Hegel/Marx, il est nécessaire de signaler les avatars de l'appareil critique des *MMM* suivant les différentes éditions et la place, variable mais toujours restreinte qu'il réserve à Hegel.

Au début des années 30, lors des premières publications de certaines parties des *MMM*, Ernest Kolman et Sonia Janovskaja consacrèrent un article important à *Hegel et les Mathématiques* dans lequel ils admettent l'origine hégélienne des travaux mathématiques de Marx même si l'accent est plutôt mis sur une critique des déviations « idéalistes » de Hegel. En 1968, par contre, lors de la publication quasi définitive sans doute des *MMM* toute référence à Hegel a disparu ! Il en va de même de l'édition allemande de 1972 et il faut attendre l'édition anglaise – parue alors que la préparation de cette édition s'achevait – pour retrouver l'article *Hegel et les Mathématiques* des années 1930 ainsi qu'un commentaire beaucoup moins partial sous le titre *Hegel, Marx and the Calculus.* Cet « oubli » de 1968 est à rapprocher de l'omission, également, des chapitres de mathématiques économiques. Il y a la même volonté de présenter « LE »matérialisme dialectique comme un système achevé exempt de contradiction interne et dont la perfection ne saurait supporter des hérédités douteuses. Pourtant, on ne peut pas accuser Marx d'avoir dissimulé la source de son inspiration. Il ne faut pas oublier, en effet, que la partie la plus achevée de ces manuscrits, celle qui contient les développements les plus personnels de Marx était destinée – dans l'état où nous la trouvons – à Engels qui connaissait lui–même suffisamment la *Logique* de Hegel pour que des références détaillées aient été superflues. Le vocabulaire, lui–même, de Marx porte, en outre, la marque de Hegel sans que l'on puisse décider s'il s'agit, ici, d'autre chose que d'une coquetterie comme dans la *Contribution a la Critique de l'Économie Politique*[78]. Ainsi l'examen des *MMM* conduit nécessairement à étudier le traitement hégélien des mathématiques.

[78] Ainsi la dualité : réalité/effectivité (« Realität Wirklichkeit ») ou bien la valeur de la fonction désignée par « die Zahl » (litt. : le chiffre) et non « die Wert », particularité qu'André Doz a relevé également chez Hegel, *cf*. Doz, 1972.